25a) Aus der Tabelle folgt:

i) $\mathbb{P}(S_1 = b) = 0{,}2$, $\mathbb{P}(S_1 = c) = 0{,}8$

$\mathbb{P}(S_2 = 1) = 0{,}25$, $\mathbb{P}(S_2 = 2) = 0{,}75$

$\mathbb{P}(S_1 = b \wedge S_2 = 1) = 0{,}05 = \rho(b) \cdot \rho(1)$

$\mathbb{P}(S_1 = b \wedge S_2 = 2) = 0{,}15 = \rho(b) \cdot \rho(2)$

$\mathbb{P}(S_1 = c \wedge S_2 = 1) = 0{,}2 = \rho(c) \cdot \rho(1)$

$\mathbb{P}(S_1 = c \wedge S_2 = 2) = 0{,}6 = \rho(c) \cdot \rho(2) \Rightarrow S_1, S_2$ unabhängig ✓

ii) $\mathbb{P}(S_1 = b) = 0{,}2$, $\mathbb{P}(S_1 = c) = 0{,}8$

$\mathbb{P}(S_2 = 1) = 0{,}25$, $\mathbb{P}(S_2 = 2) = 0{,}75$

$\mathbb{P}(S_1 = b \wedge S_2 = 1) = 0{,}1 \neq \rho(b) \cdot \rho(1) \Rightarrow S_1, S_2$ abhängig ✓

+2/2

b) $\rho_1(a_1) = \mu_1(a_1) k_2$, denn:

$$\rho_1(a_1) = \sum_{a'_2} \rho(a_1, a'_2) = \sum_{a'_2} \mu_1(a_1) \mu_2(a'_2) = \mu_1(a_1) \sum_{a'_2} \mu_2(a'_2)$$

$$= \mu_1(a_1) k_2 \quad ✓$$

analog gilt dies für $\rho_2(a_2) = \mu_2(a_2) k_1$ ✓ jawohl!

Dann lässt sich $\rho(a_1, a_2)$ darstellen als $\rho_1(a_1) \rho_2(a_2)$, denn

$$\rho(a_1, a_2) = \mu_1(a_1) \cdot k_2 \, \mu_2(a_2) k_1 = \rho_1(a_1) \rho_2(a_2)$$

wenn $k_1 = k_2 = 1$, was gelten muss, denn

$$k_1 k_2 = \sum_{a'_2} \mu_2(a_2) \sum_{a'_1} \mu_1(a_1)$$

$$= \sum_{a'_2} \sum_{a'_1} \mu_2(a_2) \mu_1(a_1) = \sum_{a'_2} \sum_{a'_1} \rho(a'_1, a'_2) \overset{*}{=} 1$$

* Wobei hier über alle Verteilungsgewichte summiert wird, was offensichtlich Eins ergibt. ✓ jawohl! gut!

+2/2

c i) Aus der Tabelle folgt:

$\mathbb{P}(S_1 = b) = 22/132 \quad \mathbb{P}(S_1 = c) = 44/132 \quad \mathbb{P}(S_1 = d) = 66/132$

$\mathbb{P}(S_2 = 1) = 36/132 \quad \mathbb{P}(S_2 = 2) = 42/132 \quad \mathbb{P}(S_2 = 3) = 54/132$

$\mathbb{P}(S_1 = b \wedge S_2 = 1) = 6/132 = \rho(b)\rho(1)$

$\mathbb{P}(S_1 = b \wedge S_2 = 2) = 7/132 = \rho(b)\rho(2)$

$\mathbb{P}(S_1 = b \wedge S_2 = 3) = 9/132 = \rho(b)\rho(3)$

$\mathbb{P}(S_1 = c \wedge S_2 = 1) = 12/132 = \rho(c)\rho(1)$

$\mathbb{P}(S_1 = c \wedge S_2 = 2) = 14/132 = \rho(c)\rho(2)$

$\mathbb{P}(S_1 = c \wedge S_2 = 3) = 18/132 = \rho(c)\rho(3)$

$\mathbb{P}(S_1 = d \wedge S_2 = 1) = 18/132 = \rho(d)\rho(1)$

$\mathbb{P}(S_1 = d \wedge S_2 = 2) = 21/132 = \rho(d)\rho(2)$

$\mathbb{P}(S_1 = d \wedge S_2 = 3) = 27/132 = \rho(d)\rho(3) \Rightarrow S_1, S_2$ unabhängig ✓

ii) Aus der Tabelle folgt: aufwändig, aber ja!

$\mathbb{P}(S_1 = b) = 22/132 \quad \mathbb{P}(S_1 = c) = 44/132 \quad \mathbb{P}(S_1 = d) = 66/132$

$\mathbb{P}(S_2 = 1) = 36/132 \quad \mathbb{P}(S_2 = 2) = 42/132 \quad \mathbb{P}(S_2 = 3) = 54/132$

$\mathbb{P}(S_1 = c \wedge S_2 = 2) = 15/132 \neq \rho(c)\rho(2) \rightarrow S_1, S_2$ abhängig ✓ +2/2

27 a) i) $P(X \leq x) = \mathbb{P}(\max(X_1, X_2, X_3) \leq x) = \mathbb{P}(X_1 \leq x)\mathbb{P}(X_2 \leq x)\mathbb{P}(X_3 \leq x)$ warum?

$= (1 - (\mathbb{P}(X_1 > x)))(1 - (\mathbb{P}(X_2 > x)))(1 - (\mathbb{P}(X_3 > x)))$

$= (1 - e^{-x})(1 - e^{-2x})(1 - e^{-3x})$ ✓ +2,5/2,5

$= F_Y(x)$ gut!

ii) $F_T(x) = P(X \leq x) = \mathbb{P}(\min(Y, X_4) \leq x) = 1 - \mathbb{P}(\min(Y, X_4) > x)$

$= (1 - (\mathbb{P}(Y > x))) \cdot (\cancel{4} (\mathbb{P}(X_4 \geq x)))$ (hier passt etwas mit den Klammern nicht so ganz!)

$= 1 - (\mathbb{P}(Y > x)) \mathbb{P}(X_4 > x)$ ✓

$= 1 - ((1 - \mathbb{P}(Y \leq x)) e^{-4x})$

$= 1 - ((1 - (1 - e^{-x})(1 - e^{-2x})(1 - e^{-3x})) e^{-4x})$

$= e^{-4x}(1 - e^{-x})(1 - e^{-2x})(1 - e^{-3x})$ ✓ +2,5/2,5

b) Wenn X_1, X_2, X_3 die Lebensdauer der redundanten Bausteine in der Parallelschaltung darstellt, ist Y die Lebensdauer der gesamten Parallelschaltung. X_4 ist die Lebensdauer des in Reihe geschalteten Bausteins. T beschreibt die Lebensdauer der gesamten Schaltung ✓ +1/1