29.5 a) Gegeben: $Z \sim N(0,1)$

$P(Z \in I) \overset{!}{=} 0{,}99$

Gesucht $I = [-c, c]$

$$P(Z \in I) = P(-c \leq Z \leq c)$$
$$= \Phi(c) - \Phi(-c)$$
$$= \Phi(c) - (1 - \Phi(c))$$
$$0{,}99 = 2\Phi(c) - 1 \quad | +1$$
$$1{,}99 = 2\Phi(c) \quad | :2$$
$$\frac{1{,}99}{2} = \Phi(c) \quad | \Phi^{-1}$$
$$\Phi^{-1}\left(\frac{1{,}99}{2}\right) = c$$
$$2{,}579 \approx c \ ✓ \quad +1/1$$

b) N_1 sei $\sim N(0, \sigma_1^2)$ und $N_2 \sim N(0, \sigma_2^2)$, $Z_1 = N_1/\sigma_1$, $Z_2 = N_2/\sigma_2$

Es sei $T_1 = \frac{\sigma_1}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}$ und $T_2 = \frac{\sigma_2}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}$

$$\Rightarrow T_1^2 = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma^2} \quad \text{und} \quad T_2^2 = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

$$\Rightarrow T_1^2 + T_2^2 = 1 \ ✓$$

$$\Rightarrow X_1 T_1 + X_2 T_2 \sim N(0,1), \text{ wenn } X_{1,2} \sim N(0,1) \ ✓$$

$$N_1 + N_2 \sim N(0, Var[N_1 + V_2]) \ ✓$$

$$Var[N_1 + N_2] = Var[T_1 \cdot Z_1 + T_2 \cdot Z_2] \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}^2$$
$$= 1 \cdot (\sigma_1^2 + \sigma_2^2)$$
$$= \sigma_1^2 + \sigma_2^2$$
$$\Rightarrow N_1 + N_2 \sim N(0, \sigma_1^2 + \sigma_2^2) \ ✓$$

Sehr schön! +2/2

c) $X_1 + \dots + X_{10} \sim N(0, \sum_{x=1}^{10} x_i) = N(0, 55)$ ✓ ($\Leftarrow X_i$ unabhängig)

i) $\Phi^{-1}(0{,}99) = 2{,}33$ wie in a) benötigst du $\Phi^{-1}(0{,}995)$ ... lieber ausführlicher rechnen!

$$P(X_1 + \dots + X_{10} \in [-2{,}33 \cdot \sqrt{55}; 2{,}33 \cdot \sqrt{55}]) = 0{,}99$$

ii) $\Phi^{-1}(0{,}999) = 3{,}09$ $\Phi^{-1}(0{,}9995)$

nicht ganz richtige Intervalle!

$$P(X_1 + \dots X_{10} \in [-3{,}09 \cdot \sqrt{55}; 3{,}09 \cdot \sqrt{55}]) = 0{,}999$$

+1,5/

32.5 a) Da bei dem Ziehen ohne zurücklegen bereits gezogene Ereignisse nicht erneut auftreten können, ~~und~~ werden die Wahrscheinlichkeiten, ~~[illegible]~~ dass andere Ereignisse danach eintreten, positiv beeinflusst. ✓

Kurze Rechnung: $p(a) = \frac{60}{100}$, $p(b) = \frac{30}{100}$

$$p(a,b) = \frac{60}{100} \cdot \frac{30}{99} \neq p(a) \cdot p(b)$$ ✓ + 1/1

b) i) Aus Aufgabe 17 wissen wir:

$\underline{Var[M] = 0,22725}$ → falscher Wert! und $E[M] = 9,95$ ✓

Es sei $M \sim \mathcal{N}(9,95,\ 0,22725)$ → nur approximativ → ZGWS!

Wir nehmen an $M_n \sim (0,1)$

$$Var[M] = b^2 \cdot Var[M_n]$$
$$= 0,22725 \cdot Var[M_n]$$
$$\Rightarrow b = \sqrt{0,22725}$$

$$E[M] = a + b\,E[M_n] = 9,95 = a + b \cdot 0$$
$$\Rightarrow a = 9,95$$

$$\Rightarrow M = a + b M_n = 9,95 + \sqrt{0,22725}\, M_n$$

$$\Phi^{-1}\left(\frac{0,95+1}{2}\right) = 1,96 = c$$

$$\Rightarrow I = [\,l;\ r\,]$$

$$l = -c \cdot b + a = -1,96 \cdot \sqrt{\underline{0,22725}} + 9,95$$
$$r = c \cdot b + a = 1,96 \cdot \sqrt{\underline{0,22725}} + 9,95$$

$$\Rightarrow I = [9,0157\ldots,\ 10,8843\ldots]$$

↳ aus falscher Aufgabe übernommen! → Varianz vom Ziehen ohne Zurücklegen! + 2/2,5

ii) δ muss mindestens so groß sein wie c, da M mit 95%iger-Wahrscheinlichkeit in das Intervall $I\ [\mu - c;\ \mu + c]$ fällt. Im Extremfall muss also $M + \delta = \mu$ / $M - \delta = \mu$

Die Maximale Distanz von M zu μ ist c

$$\Rightarrow I = [\mu - c;\ \mu + c]$$ ✓

→ Rechnung… + 2/2,5