43 a) Für $h(X_1) = E_{X_1}[X_2]$ wird $E[(X_2 - h(X_1))^2]$ minimal, denn wenn man von X_2 seinen bedingten Erwartungswert, gegeben $X_1 = a_1$ abzieht, ist dies offensichtlich die beste Prognose für X_2 auf Basis von X_1. → aber welcher Wert ist das? ... + 1/1,5

1

b) $\mathbb{E}[(X_2 - E_{X_1}[X_2])^2] =$

$= \mathbb{E}[Var_{X_1}[X_2]] + \mathbb{E}[(\mathbb{E}_{X_1}[X_2] - \mathbb{E}_{X_1}[X_2])^2]$

$= \mathbb{E}[Var_{X_1}[X_2]] + \mathbb{E}[0^2]$

$= \mathbb{E}[Var_{X_1}[X_2]]$

$= \mathbb{E}[\frac{X^2}{4}]$

$= 1/4 \cdot \mathbb{E}[X^2]$

$= 1/4 \cdot \int_{-1}^{1} 1/2 \, x^2 dx = 1/4 \cdot 1/3 = 1/12$ ✓ + 2/2

c) $Var[X_2] = \mathbb{E}[Var_{X_1}[X_2]] + Var[\mathbb{E}_{X_1}[X_2]]$ laut Folie S. 13 10b

$= \mathbb{E}[\frac{X_1^2}{4}] + Var[X^2]$

$= 1/12 + \mathbb{E}[X_1^4] - \mathbb{E}[X_1]^2$

$= 1/12 + \int_{-1}^{1} 0{,}5 \, x^4 dx - \mathbb{E}[X_1]^2$

$= 1/12 + 1/5 - 1/9$

$= 31/180$ ✓ + 2,5/2,5

44) Es sei X_1 Zve mit $S = \{H, N, U\}$ mit $p(H) = 0{,}05$, $p(N) = 0{,}85$ und $p(U) = 0{,}1$

X_2 beschreibe die Verteilung des Merkmals der Aufgabe.

$E_{X_1}[X_2] = 0{,}05 \cdot 120 + 0{,}85 \cdot 80 + 0{,}1 \cdot 70 = 81$ ✓

$Var[X_2] = \mathbb{E}[Var_{X_1}[X_2]] + Var[\mathbb{E}_{X_1}[X_2]]$

$= 0{,}05 \cdot 100 + 0{,}85 \cdot 49 + 0{,}1 \cdot 36 + Var[\mathbb{E}_{X_1}[X_2]]$

$= 50{,}25 + Var[E_{X_1}[X_2]]$

$$= 50{,}25 + \mathbb{E}[\mathbb{E}_{X_1}[X_2]^2] - \mathbb{E}[\mathbb{E}_{X_1}[X_2]]^2$$

$$= 50{,}25 + (0{,}05 \cdot 120^2 + 0{,}85 \cdot 80^2 + 0{,}1 \cdot 70^2) - 81^2$$

$$= 50{,}25 + 89$$

$$= 139{,}25$$ ✓ +6/6