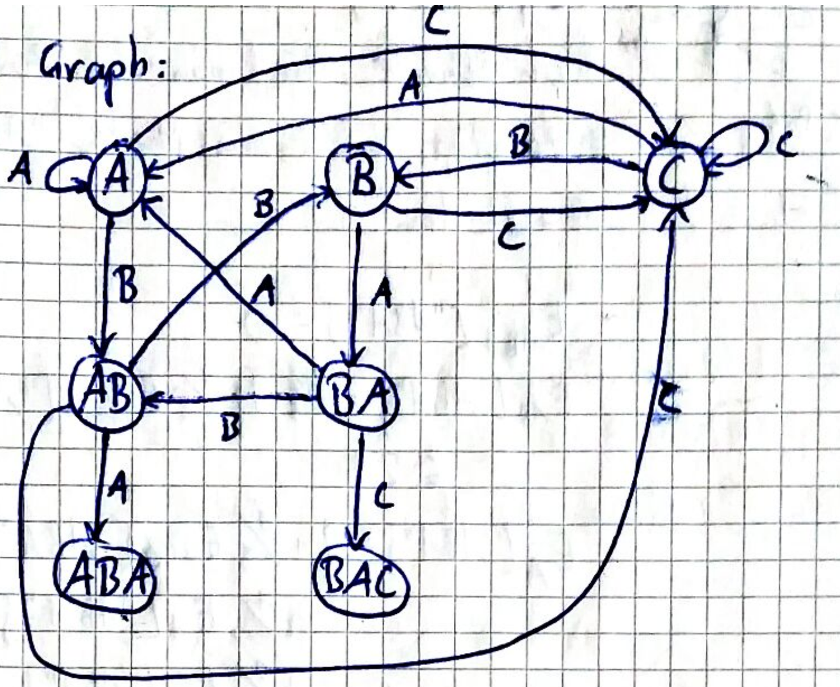
50 a) Graph:



$P_A(\text{"ABA"}) :=$ Die WK im Knoten A zuerst in das Muster "ABA" zu gelangen, ohne auf dem Weg dort hin in das Muster "BAC" zu gelangen.

$P_{ABA}(\text{"ABA"}) = 1$ ✓

$P_{BAC}(\text{"ABA"}) = 0$ ✓

$P_{AB}(\text{"ABA"}) = \frac{1}{3} \cdot P_{ABA}(\text{"ABA"}) + \frac{1}{3} \cdot P_B(\text{"ABA"}) + \frac{1}{3} \cdot P_C(\text{"ABA"}) \overset{*}{=} \frac{11}{16}$

$P_{BA}(\text{"ABA"}) = \frac{1}{3} \cdot P_A(\text{"ABA"}) + \frac{1}{3} \cdot P_{AB}(\text{"ABA"}) \overset{*}{=} \frac{7}{16}$

$P_A(\text{"ABA"}) = \frac{1}{3} \cdot P_A(\text{"ABA"}) + \frac{1}{3} \cdot P_{AB}(\text{"ABA"}) + \frac{1}{3} \cdot P_C(\text{"ABA"}) \overset{*}{=} \frac{5}{8}$

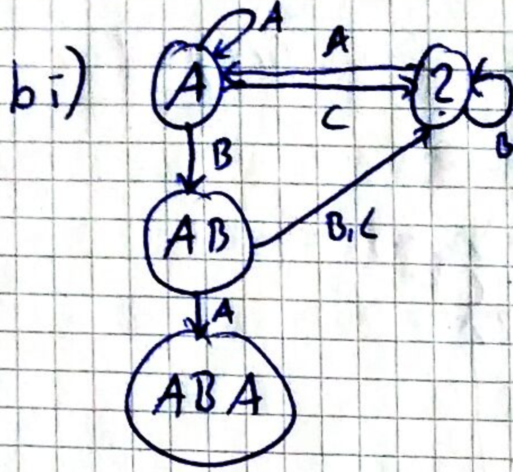
$P_B(\text{"ABA"}) = \frac{1}{3} \cdot P_{BA}(\text{"ABA"}) + \frac{1}{3} \cdot P_B(\text{"ABA"}) + \frac{1}{3} \cdot P_C(\text{"ABA"}) \overset{*}{=} \frac{1}{2}$

$P_C(\text{"ABA"}) = \frac{1}{3} \cdot P_A(\text{"ABA"}) + \frac{1}{3} \cdot P_B(\text{"ABA"}) + \frac{1}{3} P_C(\text{"ABA"}) \overset{*}{=} \frac{9}{16}$ ✓

+ 2/2

* Gelöst mit Wolframalpha.com

:)

b i) 

$E_A[\text{"ABA"}]$:= Die erwartete Anzahl an Schritte, die man von Zustand A benötigt, um in das Muster "ABA" zulaufen.

$$E_{ABA}[\text{"ABA"}] = 0$$

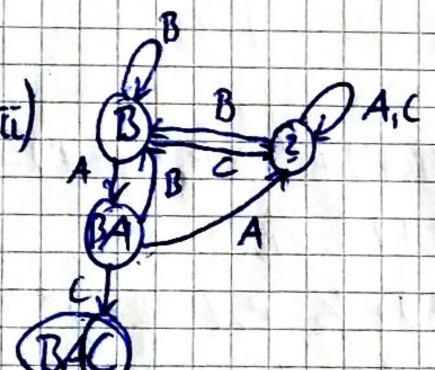
$$E_{AB}[\text{"ABA"}] = 1 + \tfrac{1}{3} E_{ABA}[\text{"ABA"}] + \tfrac{2}{3} E_?[\text{"ABA"}] \overset{*}{=} 21$$

$$E_A[\text{"ABA"}] = 1 + \tfrac{1}{3} E_{AB}[\text{"ABA"}] + \tfrac{1}{3} E_A[\text{"ABA"}] + \tfrac{1}{3} E_?[\text{"ABA"}] \overset{*}{=} 27$$

$$E_?[\text{"ABA"}] = 1 + \tfrac{1}{3} E_A[\text{"ABA"}] + \tfrac{2}{3} E_?[\text{"ABA"}] \overset{*}{=} 30$$

Die erwartete Anzahl an Schritten von keinem Buchstaben aus zu starten ist $1 + \tfrac{1}{3} E_A[\text{"ABC"}] + \tfrac{2}{3} E_?[\text{"ABC"}] = \underline{\underline{30}}$

+2/2

ii) 

$$E_{BAC}[\text{"BAC"}] = 0$$

$$E_{BA}[\text{"BAC"}] = 1 + \tfrac{1}{3} E_{BAC}[\text{"BAC"}] + \tfrac{1}{3} E_?[\text{"BAC"}] + \tfrac{1}{3} E_B[\text{"BAC"}] \overset{*}{=} 18$$

$$E_B[\text{"BAC"}] = 1 + \tfrac{1}{3} E_?[\text{"BAC"}] + \tfrac{1}{3} E_B[\text{"BAC"}] + \tfrac{1}{3} E_{BA}[\text{"BAC"}] \overset{*}{=} 24$$

$$E_?[\text{"BAC"}] = 1 + \tfrac{1}{3} E_B[\text{"BAC"}] + \tfrac{2}{3} E[\text{"BAC"}] \overset{*}{=} 27$$

Die erwartete Anzahl an Schritten von keinem Buchstaben aus das Muster BAC zu erhalten ist:

$$1 + \tfrac{1}{3} \cdot E_B[\text{"BAC"}] + \tfrac{2}{3} E_?[\text{"BAC"}] = 27$$

* gelöst mit Wolframalpha

wunderbar! +2/2

51) i) Aus $P(Y_3 = 0 \mid Y_0 = 0, Y_1 = 1, Y_2 = 1)$

folgt, dass die Markovkette in 3 begonnen
↳ es ist aber keine...

hat, und nach 3 Schritten wieder in 3 endete.

$P(X_n = 3) = 1/3$

$P(X_0 = 3, 1_{\{1,2\}}(X_1) = 1) = 1/3 \cdot (1 + 0)$

$P(X_0 = 3, X_1 = 1, 1_{\{1,2\}}(X_2) = 1) = 1/3 \cdot 1 \cdot (1/2 \cdot 1 + 1/2 \cdot 0)$

$P(X_0 = 3, X_1 = 1, X_2 = 1, 1_{\{1,2\}} X_3 = 0) = 1/3 \cdot 1 \cdot 1/2 \cdot 0$

$= 0$ ✓

ii) $P(1_{\{1,2\}} X_0) = 2/3$

$P(X_0 = 1, 1_{\{1,2\}} X_1 = 0) = 2/3 \cdot 1/2$

$P(X_0 = 1, X_1 = 0, 1_{\{1,2\}} X_2 = 1) = 2/3 \cdot 1/2 \cdot 1$

$P(X_0 = 1, X_1 = 0, X_2 = 1, 1_{\{2,1\}} X_4 = 1) = 2/3 \cdot 1/2 \cdot 1 \cdot 1 = 1/6$

es müsste 1/2 rauskommen, Argument bleibt gleich

Y_n ist keine Markovkette, einfache Beobachtung:

in i) ist die WK der Markovkette 0 ✓

in ii) ist sie $1/6$

es ist keine!! (auch nicht einzeln...)

Beide Markovketten enden auf $Y_2 = 1$, $Y_3 = 0$

Das heißt die Y_2 sind verschieden, was eine Markovkette nicht in Betracht ziehen kann. (✓) + 0,5/1

b) i) Y_n ist eine Markovkette, da alle Knoten in gleicher Tiefe die gleiche WK besitzen, eine Stufe rauf- oder runterzugehen.

Alle Konoten auf gleicher Stufe kann man also zu einem Knoten reduzieren. ✓ + 1/1

ii) $E_b[w] = 1 + E_{h2}[w] \overset{*}{=} 25$ ✓

$E_{h2}[w] = 1 + \frac{3}{4} E_b[w] + \frac{1}{4} E_{h1}[w] \overset{*}{=} 24$

$E_{h1}[w] = 1 + \frac{2}{3} E_{h2}[w] + \frac{1}{3} E_{w}[w] \overset{*}{=} 17$

$E_w[w] = 0$

bisschen ausführlicher!

$+ 2/2$

* mit Wolframalpha gelöst

iii) Gleichgewichtsverteilung $(X_n) = (1/10,\ 3/10,\ 4/10,\ 1/10)$ f

zur Übergangsmatrix
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1/3 & 0 & 2/3 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 & 3/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

↳ das kann nicht sein
müsste in der Summe 1 ergeben...