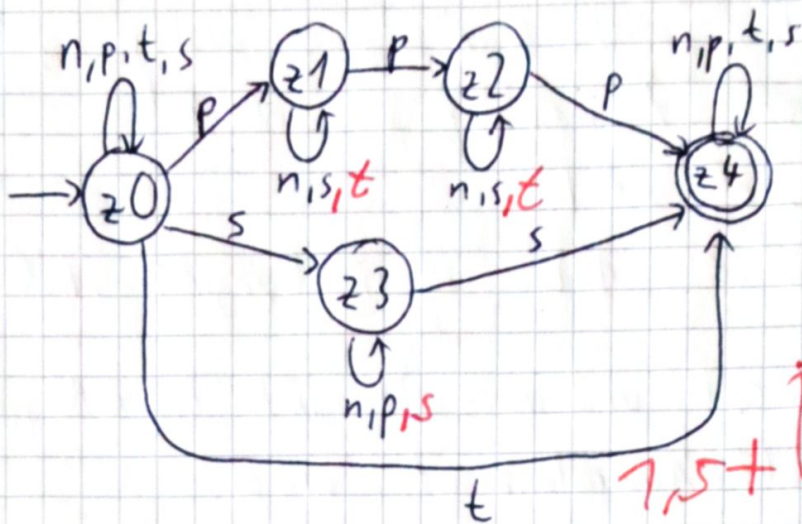


1.)



$\Sigma 59$
 $+ 2P$

$23,5 / 25P.$

$7,5+$

2) Für die Knotenpaare $\{1,2\}, \{2,3\}, \{1,4\}, \{1,6\}, \{2,5\}, \{3,4\}, \{3,6\}, \{3,7\}, \{4,5\}, \{5,6\}$, und $\{5,7\}$ ist das leere Wort ϵ Zeuge der nicht-Äquivalenz.

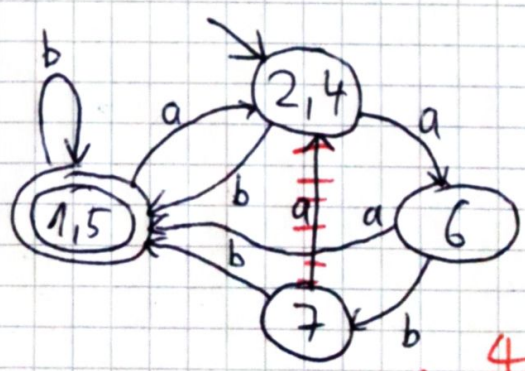
Für die Knotenpaare $\{1,3\}, \{2,6\}, \{3,5\}, \{4,6\}$ und $\{6,7\}$ ist das Eingabewort "b" Zeuge der nicht-Äquivalenz.

Für die Knotenpaare $\{2,7\}, \{4,7\}$ ist das Eingabewort "ab" Zeuge der nicht-Äquivalenz.

Die Knotenpaare $\{1,5\}$ und $\{2,4\}$ lassen sich nicht kennen, es folgt diese Tabelle:

1	ϵ	b	ϵ	\equiv_1	ϵ	ϵ
2	ϵ	\equiv_2	ϵ	b	ab	
3	ϵ	b	ϵ	ϵ	ϵ	
4	ϵ	b	ab			
5	ϵ	ϵ				
6	b					
7						

Daraus ergibt sich dieser minimierte Zustandsgraph



$20,5 / 25P.$

$76P.$

$0,5 + 4,5P.$

3) L_1 ist nicht regulär, DFAs können nicht addieren
Sei $U_i = a^i b^i$, $U_j = a^j b^j$, wobei $i, j \in \mathbb{N}$, $i \neq j$

Zeuge der nicht-Äquivalenz ist $w = c^i$

$$U_i w = a^i b^i c^{2i} \in L$$

$$U_j w = a^j b^j c^{2i} \notin L \Rightarrow \text{nicht regulär, Index} = \infty \quad \checkmark \underline{5P.}$$

L_2 sei $U_i = a^i b$ und $U_j = a^j b$ mit $i, j \in \mathbb{N}$, $i \neq j$

Zeuge der nicht-Äquivalenz ist $w = a^i$

$$U_i w = a^i b a^i \in L$$

$$U_j w = a^j b a^i \notin L \Rightarrow \text{nicht regulär, Index} = \infty \quad \checkmark \underline{70P.}$$

L_3 Äquivalenzklassen:

$$[a^{(1)^2}]_E = \{a\} \in L_3$$

$$[a^{(2)^2}]_E = \{aaaa\} \in L_3$$

⋮

$$[a^{(n)^2}]_E = \{a^{(n)^2}\} \in L_3$$

$$[a^{(n+1)^2}]_E = \{a^{(n+1)^2}\} \in L_3$$

⋮

Es gibt unendlich viele Äquivalenzklassen

\rightarrow Index = ∞ , nicht regulär

Dies ist kein richtiger Beweis!

Bonusaufgabe: Sei $U_i = a^i w$, $U_j = a^j w$

$$\text{Zeuge: } b^i \quad a^i w b^i \in L$$

$$a^j w b^i \notin L \Rightarrow \text{nicht regulär,}$$

da Index = ∞ **f**

75/25P.