

- 1a)  $EZ := \{1, 2, 3, 4, 5\}$  (Einkaufszentren) ATT  
 $TS := \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 37\}$  (Tankstellen) -2 kein disjunkte Mengen
- b)  $LZ := \{x : x \in \mathbb{N}_{>0}\}$  (Langsame Zombies)  
 $SZ := \{x : x \in \mathbb{N}_{>0}\}$  ✓ (Schnelle Zombies)
- i)  $HZ := LZ \times SZ$  (Horde von Zombies, die  
 ii)  $(17, 3)$  ↑ Anzahl schneller Zombies  
↑ Anzahl langsamer Zombies ✓ immer aus mindestens einem langsamen und schnellen Zombie besteht. Ein Kampf
- c)  $DK := \{x : x \in \mathbb{N}\}$  (Dosenkaffee) ohne Gegner ist somit  
 $SR := \{x : x \in \mathbb{N}\}$  (Schokoriegel) ausgeschlossen  $\mathcal{P}(EZ \cup TS)$
- i)  $SFZ := \{(a, b, c, d) : a \in DK, b \in SR, c \in \mathcal{P}(EZ), d \in \mathcal{P}(TS)\}$   
 ii)  $(12, 2, \{2, 4\}, \{1, 4, 17\})$  ✓ ↑ 3 Tupel vor geteilt  $12$   $2$   $17$
- d)  $A \rightarrow B$  dadurch verliert die  
 $A := \{(a, b) : a \in EZ \times TS, b \in HZ\}$  -1 5 Tankstellen  
 $B := \{a : a \in DK \times SR\}$  ↑ eine Mengenvereinigung ✓ 20/25

2a) wahr -5

b) falsch ✓

c) wahr ✓

d) wahr ✓

15/20

3a) Damit alle Reisende aus 3 Hilbertschen Bussen problemlos in einen einzigen Hilbertschen Bus verlegt werden können, bedarf es folgender Funktion:

$$f(i, j) = 3j + i \quad \checkmark$$

Zugewiesener Platz:  $f(i, j)$

Platz aus dem alten Hilbertschen Bus:  $j \in \mathbb{N}$

Nummer des alten Hilbertschen Busses:  $i \in \mathbb{N}_{<3}$

Eigenschaft Gindeutigkeit? -2 8/10



b) Alle Potenzen aller Primzahlen sind disjunkt, dies sei vorausgesetztes Wissen. Das eignet sich prima zum Lösen des Problems ~~von~~ der Umlegung von unendlich vielen Fahrgästen aus unendlich vielen Hilbertschen Bussen in einen einzigen Hilbertschen Bus.

Sei  $P$  die Menge aller Primzahlen.

$$P := \{p_0 = 2, p_1 = 3, p_2 = 5, p_3 = 7, \dots\}$$

Dann sieht unsere Funktion wie folgt aus:

$$f(i, j) = (p_i)^j$$

Wichtig hierbei ist, dass auf dem 0. Sitzplatz aller  $i$  Hilbertschen Busse der Busfahrer sitzt. Er gilt nicht als Reisender und muss demnach ~~nicht~~ laut Aufgabenstellung nicht umgelegt werden.

Reisender 22 von Bus 19 kommt also auf <sup>folgenden</sup> Sitzplatz:

$$f(19, 22) = (67)^{22} = 14.915.769.363.385.151.583.217.201.855.136.979.828.88$$

(ModTours sollte Verpflegung für die Reisenden bereit stellen.)  
(Der Weg zum Sitzplatz könnte kräftezehrend sein.)

10/10  
18/20

4a) i)  $A \rightarrow B$  ist eine Funktion, surjektiv ✓ <sup>bij! inj? -2</sup>

ii)  $A \rightarrow B$  ist keine Funktion. ✓

iii)  $A \rightarrow B$  ist eine Funktion, injektiv. <sup>bij? surj? -2 11/15</sup>

b) i) Die Funktion ist surjektiv, das Bild von  $f$  ist:  $\mathbb{Z}$ . ✓ <sup>inj! bij? -3</sup>

ii) Die Funktion ist injektiv, das Bild von  $f$  ist:

$$\{b \in \mathbb{N} : b = 2^x 3^y : x, y \in \mathbb{N}\} \quad \checkmark$$

iii) Die Funktion ist bijektiv, das Bild von  $f$  ist:  $\mathbb{N}$ . ✓ <sup>inj? surj? -3</sup>

iv) Die Funktion ist surjektiv, das Bild von  $f$  ist:  $\mathbb{N}$ . ✓ <sup>inj? bij? -3</sup>

8/20

19/35