II: $P \rightarrow (R \wedge S)$ ✓ Dismod UE 10 (Σ 94)

III: $S \rightarrow Q$ ✓

IV: $Q \vartheta S$ f

9 P.

b) $\varphi = (P \vee R) \wedge (P \rightarrow (R \wedge S)) \wedge (S \rightarrow Q) \wedge (Q \vartheta S)$ ff 3 P.

c)

P	Q	R	S	I	II	III	IV	φ	
0	0	0	0	0	1	1	0	0	✓
0	0	0	1	0	1	0	1	0	✓
0	0	1	0	1	1	1	0	0	✓
0	0	1	1	1	1	0	1	0	✓
0	1	0	0	0	1	1	1	0	✓
0	1	0	1	0	1	1	~~0~~ 1	0	✓
0	1	1	0	1	1	1	1	1	✓
0	1	1	1	1	1	1	~~0~~ 1	0	f 1
1	0	0	0	1	0	1	0	0	✓
1	0	0	1	1	0	0	1	0	✓
1	0	1	0	1	0	1	0	0	✓
1	0	1	1	1	1	0	1	0	✓
1	1	0	0	1	0	1	1	0	✓
1	1	0	1	1	0	1	~~0~~ 1	0	✓
1	1	1	0	1	0	1	1	0	✓
1	1	1	1	1	1	1	~~0~~ 1	0	f 1

8 P.

d) $[\![P]\!]^{\mathcal{B}} = 1 \quad [\![Q]\!]^{\mathcal{B}} = 1 \quad [\![R]\!]^{\mathcal{B}} = 0 \quad [\![S]\!]^{\mathcal{B}} = 0$ ✓

In der Wahrheitstabelle steht in der Spalte φ in der Zeile 1100 eine 0. Diese Belegung erfüllt φ also nicht. ✓ 3 P.

e) Wenn sie Quallen fischen und Rum trinken sind alle Piraten zufrieden gestellt. $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{B}} = 1$ falls $[\![P, S]\!]^{\mathcal{B}} = 0$ und $[\![Q, R]\!]^{\mathcal{B}} = 1$ ✓ 2 P.

2a) $M = \{((V_1 \vee V_2) \wedge V_3), (V_1 \rightarrow \neg\neg V_1)\}$ ✓ 6 P.

b) $AVAR := \{V_i : i \in \mathbb{N}\} \setminus \{V_0\}$

$((V_1 \vee V_2) \wedge V_3)$ wird wie folgt hergeleitet:

Nach Basisregel der Variablen gilt:

Für jede Variable $V_1, V_2, V_3 \in AVAR$ gilt: $V_1, V_2, V_3 \in AL$

Nach Regel 2 der Variablen gilt:

Sind φ und $V_3 \in AL$, so ist auch $(\varphi \wedge V_3) \in AL$

sind $V_1, V_2 \in AL$, so ist auch $((V_1 \vee V_2) \wedge V_3) \in AL$ ✓ 3 P.

$(V_1 \rightarrow \neg\neg V_1)$ wird wie folgt hergeleitet

Nach Basisregel der Variablen gilt:

Für jede Variable $V_1 \in AVAR$ gilt: $V_1 \in AL$

Nach Regel 2 der Variablen gilt:

ist $V_1 \in AL$, so ist auch $(V_1 \rightarrow V_1) \in AL$

Wäre besser gewesen, wenn erst die Negation gemacht wird und dann die Implikation

Nach Regel 1 der Variablen gilt:

ist $(V_1 \rightarrow V_1) \in AL$, so ist auch $(V_1 \rightarrow \neg V_1) \in AL$

ist $(V_1 \rightarrow \neg V_1) \in AL$, so ist auch $(V_1 \rightarrow \neg\neg V_1) \in AL$ ✓ 3 P.

c) $Var\,(((V_1 \vee V_2) \wedge V_3)) = \{V_1, V_2, V_3\}$ ✓

$Var\,((V_1 \rightarrow \neg\neg V_1)) = \{V_1\}$ ✓ 2 P.

d)

V_1	V_2	V_3	$((V_1 \vee V_2) \wedge V_3)$	$(V_1 \rightarrow \neg\neg V_1)$
0	0	0	0	1
0	0	1	0	
0	1	0	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	1
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	1	1	

$(V_1 \rightarrow \neg\neg V_1)$ ist erfüllbar für $[\![V_1]\!]^B = 0$ oder $[\![V_1]\!]^B = 1$ ✓

→ ist allgemeingültig

$((V_1 \vee V_2) \wedge V_3)$ ist zum Beispiel erfüllbar für $[\![V_1, V_2, V_3]\!]^B = 1$. ✓ 4 P.

e) Da $((V_1 \vee V_2) \wedge V_3)$ unter der Belegung der Variablen $[\![V_1, V_2, V_3]\!]^B = 0$ nicht erfüllbar ist, ist $((V_1 \vee V_2) \wedge V_3)$ nicht allgemengültig.
Da $[\![(V_1 \to \neg\neg V_1)]\!]^B$ für $[\![V_1]\!]^B = 0$ und $[\![V_1]\!]^B = 1$ immer 1 ist, ist $(V_1 \to \neg\neg V_1)$ allgemeingültig. ✓ 4 P.

3a)

φ	ψ	χ	$\neg(\varphi \wedge \psi)$	$\neg\varphi \vee \neg\psi$	$\varphi \to \psi$	$\neg\varphi \vee \psi$	$(\varphi \vee \psi) \to \chi$	$(\varphi \to \chi) \wedge (\psi \to \chi)$
0	0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	1					1	1
0	1	0	1	1	1	1	0	0
0	1	1					1	1
1	0	0	1	1	0	0	0	0
1	0	1					1	1
1	1	0	0	0	1	1	0	0
1	1	1					1	1

Nach Warheitstabelle ist zu sehen, dass folgendes gilt.

$\neg(\varphi \wedge \psi) \equiv \neg\varphi \vee \neg\psi$

$\varphi \to \psi \equiv \neg\varphi \vee \psi$

$(\varphi \vee \psi) \to \chi \equiv (\varphi \to \chi) \wedge (\psi \to \chi)$

für alle möglichen Belegungen von φ, ψ, χ

✓ ~~2~~ 3 P.

4a) A-Bot sagt: $(\neg A \vee \neg B \vee \neg C) \Leftrightarrow A = \varphi_A$

B-Bot sagt: $(\neg A \wedge \neg C) \Leftrightarrow B \quad = \varphi_B$

C-Bot sagt: $C \quad = \varphi_C$ ✓ 9P.

b) Angenommen, A-Bot lügt, so würde das heißen, dass alle Bots Wahrbots sein müssen. Da er selbst aber gleichzeitig lügt, entsteht ein Widerspruch. A-Bot muss also ein Wahr-Bot sein. ✓

Demnach kann B-Bot kein Wahr-Bot sein, da er voraussetzt, dass A-Bot ein Lüg-Bot ist. ✓

Da nun B-Bot ein Lüg-Bot ist, ist die Bedingung vom A-Bot, dass mindestens einer lügt, erfüllt.

Nun kann C-Bot ein Wahr-Bot oder ein Lüg-Bot sein. Sollte er ein Wahr-Bot sein, so sagt er, dass er ein Wahr-Bot ist. Sollte er jedoch ein Lüg-Bot sein, so lügt er, und sagt, dass er ein Wahr-Bot ist. 7P.

Somit ergeben sich folgende Belegungen, die φ erfüllen: ✓

$[\![\varphi]\!]^{\beta} = 1$, wenn $[\![A]\!]^{\beta} = 1$, $[\![B, C]\!]^{\beta} = 0$ oder $[\![A, C]\!]^{\beta} = 1$, $[\![B]\!]^{\beta} = 0$

$[\![B]\!]^{\beta} = [\![C]\!]^{\beta} = 0$ $\quad$ $[\![A]\!]^{\beta} = [\![C]\!]^{\beta} = 1$

$\varphi := \varphi_A \wedge \varphi_B \wedge \varphi_C$ $\Leftrightarrow C$ ✓ 5P.

A	B	C	φ_A	φ_B	φ_C	φ
0	0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	1	1	0
0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1	0
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1	0
1	1	1	0	0	1	0

→ mit deiner Formel würde diese Zeile auch nicht erfüllbar sein.

✓ 9 ~~10~~ P.