1a) $1 := (\neg F \vee \neg A \vee \neg T)$

$2 := B \rightarrow ((A \wedge F) \vee (A \wedge T) \vee (F \wedge T))$

$3 := \neg A \rightarrow (\neg T \vee \neg B)$

$4 := (B \wedge A) \rightarrow F$

$\varphi := (\neg F \vee \neg A \vee \neg T) \wedge (B \rightarrow ((A \wedge F) \vee (A \wedge T) \vee (F \wedge T)))$
$\wedge \neg A \rightarrow (\neg T \vee \neg B) \wedge (B \wedge A) \rightarrow F$ 10P.

b) $5 := T \rightarrow \cancel{(}\neg B\cancel{)}$

$6 := (B \wedge T) \rightarrow (F \wedge \cancel{T} A)$ 5,5P.

$7 := (A \wedge F \wedge \neg T) \vee (\neg B \wedge (\neg F \vee \neg A \vee \neg T)$

c)

A B F T	1.	2.	3.	4.	φ	5.	6.	7.
0 0 0 0	1	1	1	1	1	1	1	1
0 0 0 1	1	1	1	1	1	1	1	1
0 0 1 0	1	1	1	1	1	1	1	1
0 0 1 1	1	1	1	1	1	1	1	1
0 1 0 0	1	0	1	1	0	1	1	0
0 1 0 1	1	0	0	1	0	0	0	0
0 1 1 0	1	0	1	1	0	1	1	0
0 1 1 1	1	1	0	1	0	0	1	0
1 0 0 0	1	1	1	1	1	1	1	1
1 0 0 1	1	1	1	1	1	1	1	1
1 0 1 0	1	1	1	1	1	1	1	1
1 0 1 1	0	1	1	1	0	1	1	0
1 1 0 0	1	0	1	0	0	1	1	0
1 1 0 1	1	1	1	0	0	0	0	0
1 1 1 0	1	1	1	1	1	1	1	1
1 1 1 1	0	1	1	1	0	0	0	0

14P.

Anhand der Tabelle ist ersichtlich, dass in jeder 1-Zeile von φ auch eine 1 für 5. und 6. steht. Da aber zum Beispiel für die Belegung 0110 in der Spalte von 5. und 6. eine 1 steht, ist Äquivalenz ausgeschlossen. Dennoch sind 5. und 6. semantisch aus φ folgerbar. Es gilt: $\varphi \models 5$. und $\varphi \models 6$.

Da exakt in jeder 1-Zeile von φ eine 1 in der Spalte von 7. steht, und in jeder 0-Zeile von φ eine 0 in der Spalte von 7. steht, gilt: $\varphi \equiv 7$. und $\varphi \models 7$? 2,5P.

2a) φ_1 ist erfüllbar, denn $[\![\varphi_1]\!]^{\mathcal{B}}=1$ für $[\![A,B,C,D,E,F]\!]^{\mathcal{B}}=1$. ✓

b) Unter der Annahme, dass zur Erfüllung von φ_2 $[\![C]\!]^{\mathcal{B}}=0$ und $[\![D,E,F]\!]^{\mathcal{B}}=1$ sein muss gilt:

$$(((A\to B)\to \underbrace{(0\to 1)}_{\text{ergibt immer } 1})\to 0)\wedge 0\wedge 1\wedge 1\wedge 1$$

$$\Rightarrow \underbrace{(((A\to B)\to 1)}_{\text{ergibt immer } 1}\to 0)\wedge 0\wedge 1\wedge 1\wedge 1$$

20P.

$\Rightarrow (1\to 0)\wedge 0\wedge 1\wedge 1\wedge 1$, wobei $(1\to 0)$ 0 ergibt, was φ_2 unerfüllbar macht. ✓ ✓

3a) i) $(V_0\wedge\neg V_1)\vee(\neg V_1\wedge\neg V_0)$ ist in der DNF, da zwischen den Konjunktionstermen der Disjunktor "$\vee$" steht. Entspricht der Definition von der DNF. Demnach kann es nicht in der KNF stehen. Alle Konjunktionsterme sind Konjunktionen. ✓ 2P.

ii) Die Formel $((0\vee\neg V_2)\to V_2)$ ist ~~das gleiche wie~~ weder in der DNF, noch in der KNF, da das „Implizietsymbol" nicht Bestandteil der NF ~~?~~ sein darf. ✓ 2P.

iii) $\neg V_2\wedge(V_5\vee\neg V_1)$ ist in der KNF, da die ~~Kon~~ Disjunktionsterme durch den Konjunktor "$\wedge$" verbunden sind. Alle ~~Kon~~ Disjunktionsterme sind Disjunktionen. Dies entspricht der Definition von der KNF. Demnach kann es keine DNF sein. ✓ 2P.

iv) $(V_3\wedge V_5)$ ist in der DNF, da ~~der~~ der Konjunktionsterm durch den Konjunktor "$\wedge$" verbunden wird. Die Formel selbst hat keinen Disjunktor zwischen den Konjunktionstermen, da die Formel nur aus einem Konjunktionsterm besteht. ✓ Was ist mit KNF?

1P.

v) $\neg V_2\wedge((V_1\wedge\neg V_0)\vee V_3)$ ist weder in der DNF, noch in der KNF, da in dem Disjunktionsterm ein Konjunktionsterm enthalten ist, was keiner Definition von DNF oder KNF entspricht. ✓

2P.

vi) $(\neg(\neg V_3 \vee \neg V_3) \wedge \neg V_3)$ ist umgeformt $V_3 \wedge V_3 \vee V_3$, was nichts anderes als V_3 ist. V_3 ist sowohl in der DNF, als auch in der KNF. umgeformt ja, aber nicht in der Aufgabe! 0 P.

3b) i) Der Definitionsbereich ist das 3-Tupel $\{0,1\}^3$. Seien A, B und C die Variablen des Tupels, so dass gilt: (A, B, C)

$\varphi := (A \wedge B) \vee (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$ ✓ 2 P.

ii) Die Minterme von φ sind: $A \wedge B$, $A \wedge C$, $B \wedge C$ das sind Primimplikanten f

Die Maxterme von φ sind: $\neg(\neg A \wedge \neg B)$, $\neg(\neg A \wedge \neg C)$, $\neg(\neg B \wedge \neg C)$ f

iii) Die Kanonische DNF von φ ist: KNF auf der Rückseite*

$(A \wedge B) \vee (A \wedge C) \vee (B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge C)$ ✓ 2 P.

iv) Die (Prim-) Implikanten sind:

$(A \wedge B)$, $(A \wedge C)$ und $(B \wedge C)$ 1,5 P.

Implikanten fehlen!

4a) $1 := \neg S \rightarrow P$ ✓

$2 := \neg S \rightarrow (K \vee M)$ ✓

$3 := (P \wedge K \wedge M) \rightarrow \neg S$ ✓

$4 := (\neg K \wedge \neg M) \rightarrow P$ ✓

$\varphi := (\neg S \rightarrow P) \wedge ((P \wedge K \wedge M) \rightarrow \neg S) \wedge (\neg S \rightarrow (K \vee M)) \wedge$
$((\neg K \wedge \neg M) \rightarrow P)$ ✓

10 P.

b)

K	M	P	S	1.	2.	3.	4.	φ
0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	1	0	1	0	1	1	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1	1	1	0
0	1	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	1	1	0
1	1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	0	1	0

Alle 1-Zeilen verodert:

$$\psi = (\neg K \wedge \neg M \wedge P \wedge S) \vee (\neg K \wedge M \wedge \neg P \wedge \neg S)$$
$$\vee (\neg K \wedge M \wedge \neg P \wedge S) \vee (\neg K \wedge M \wedge P \wedge \neg S)$$
$$\vee (\neg K \wedge M \wedge P \wedge S) \vee (K \wedge \neg M \wedge \neg P \wedge S)$$
$$\vee (K \wedge \neg M \wedge P \wedge \neg S) \vee (K \wedge \neg M \wedge P \wedge S)$$
$$\vee (K \wedge M \wedge \neg P \wedge \neg S) \vee (K \wedge M \wedge \cancel{\neg} P \wedge \cancel{\neg} S)$$
$$\vee (K \wedge M \wedge \cancel{\neg} P \wedge \neg S) \equiv \varphi$$

= Kanonische DNF

2P.

c) Anhand von ψ kann Clemens erkennen, welche Auswahl er an guten Menüs hat. In der DNF ψ sind alle Möglichkeiten für ein gutes Menü aufgelistet. und welche Möglichkeiten sind es?

0P.

* KNF: $(A \vee B) \wedge (A \vee C) \wedge (B \vee C) \wedge (A \vee B \vee C)$ ✓ 2P