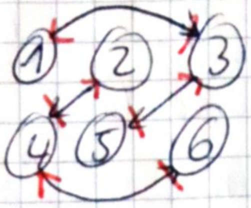
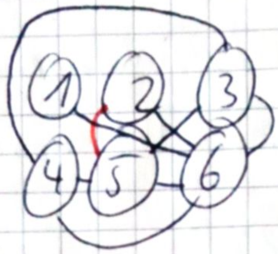
1a) i)



3,5 P.

- gerichtet
- nicht stark zusammenhängend
- nicht zusammenhängend
- kein Hamilton-/ Eulerkreis
- kein Kreis ✓ 2 P.

ii)



4 P.

- stark zusammenhängend
- zusammenhängend
- ungerichtet
- kein Hamilton-/ Eulerkreis
- Kreis: {2, 5, 6}, {3, 4, 5, 6}, {4, 5, 6} ✓ 2 P.

b) i) $|V|_{G_3} = 7$ $|E|_{G_3} = 11$

$|V|_{G_4} = 5$ $|E|_{G_4} = 6$

Knoten- und Kantenmengen müssen angegeben werden!

ii) G_3 hat folgende stark zusammenhängende Komponenten: (1, 4, 3, 2) ✓ und (6, 7) ✓ 5? 2 P.

16,5 / 25 P.

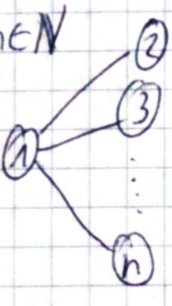
iii) G_4 ist bipartit, wenn man seine Knotenmenge in zwei disjunkte Teilmengen V_1 und V_2 teilt, sodass gilt: $V_1 := \{a, e\}$ und $V_2 := \{b, c, d\}$ ✓ 3 P.

2a) i) Der Graph muss die Eigenschaft stark zusammenhängend haben ✓

ii) Der Graph muss die Eigenschaft haben, dass jeder Knoten mindestens zwei direkte Nachbarn hat ✓

iii) Der Graph muss die Eigenschaft haben, dass jeder Knoten höchstens vier direkte Nachbarn hat. ✓ 9 P.

b) G_1 $n \in \mathbb{N}$



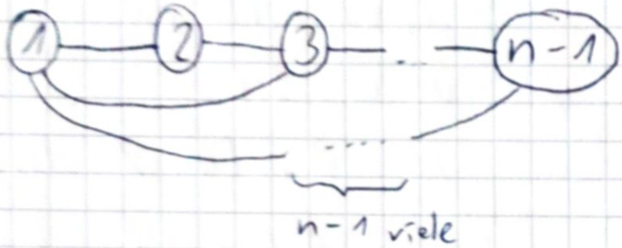
Erfüllt Kriterium i), aber nicht Kriterium ii) und iii) wenn $n > 4$. Ansonsten eignet sich G_1 solange keine Leitung ausfällt. ✓ 3 P.

G_2

$n \in \mathbb{N}$

G_2 erfüllt Kriterium i) so lange keine Leitung ausfällt für alle n. ✓
Knoten 1 hat nur einen direkten Nachbarn, erfüllt also ii) nicht. iii) wird aber erfüllt für alle n. G_2 eignet sich nicht, selbst wenn keine Leitung ausfällt ✓ 3P.

G_3

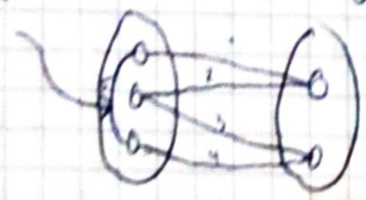


$n \in \mathbb{N}$

G_3 erfüllt Kriterium i) für alle n. }
G_3 erfüllt Kriterium ii) für alle n. } selbst wenn eine Leitung ausfällt

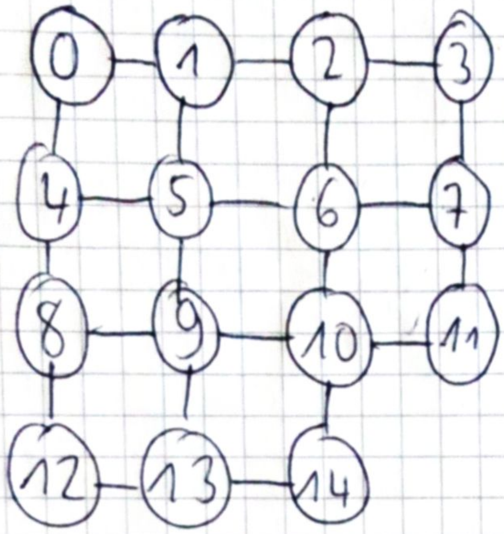
18/20P. G_3 erfüllt Kriterium iii) für alle $n < 5$. ✓ 3P.
n=2 ?

3) Man teile die Knotenmenge eines Graphen in zwei disjunkte Teilmengen V_1 und V_2.
Der Startpunkt des Kreises ist auch der Endpunkt, der zwangsweise in entweder V_1 oder V_2 liegen muss. Angenommen, e liegt in V_1, so führt die erste Kante zwangsweise nach V_2. Unser Endpunkt liegt aber in V_1, weshalb wir zwangsweise noch eine Kante benötigen. Entweder unsere zweite Knote endet im Start- und Endpunkt oder in einem anderen Knoten in V_1. Nun kann man n-mal wieder von V_1 nach V_2 laufen.
Wir haben also immer eine Kantenmenge von $2 + 2n$, $n \in \mathbb{N}$.
Ein Kreis mit ungerader Kantenmenge besäße folgende, illegale Verbindung:



✓ 25/25P.

4 a) Sei „0" der Raum mit der Treppe



✓ 10 P.

b) Der Graph hat eine Knotenmenge von 15.
Wenn man jeden Raum durchlaufen will, keinen doppelt besuchen will, aber am Ende wieder am Start sein will, so sucht man nach einem Hamilton-Kreis.
Für jeden Raum, den man betritt, braucht man einen weiteren Raum, um den betretenen wieder zu verlassen.
Bei einem Graph mit ungeraden Knotenmenge bleibt also am Ende immer ein Raum, aus dem man nur raus kommt, wenn man einen bereits betretenen Raum betritt.

✓ 15 P.

c) Ohne dem Raum 6 ist die Knotenmenge 14, also gerade. Folgender Weg stellt eine Lösung dar:
(0, 1, 2, 3, ~~7~~ 11, 10, 14, 13, 12, 8, 9, 5, 4, 0)

✓ 5 P.

$\boxed{30/30 P.}$