9.1 b) Es sei für $n = k \cdot 4$ mit $k \in \mathbb{N}$ zu verteilende
9/10 Gegenstände folgende Gewichte gegeben:
Jedes zweite Gewicht sei 0,5, alle anderen seien ε mit $\varepsilon \leq \frac{1}{n}$.

Beispiel: $n = 2 \cdot 4 = 8$

Gewichte: 0,5; 0,125; 0,5; 0,125; 0,5; 0,125; 0,5; 0,125

Eine optimale Ausführung würde die $n/2$ 0,5er Gewichte in insgesamt $n/4$ Behälter packen, diese sind dann randvoll.

Die $n/2$ ε Gewichte passen alle in einen Behälter, da $n/2 \cdot \frac{1}{n} \leq 1$.

$\Rightarrow$ $n/4 + 1$ - viele Behälter sind optimal.

Der Algorithmus auf dem Blatt packt $n/2$ - viele Behälter mit $0{,}5 + \varepsilon$ Gewichten voll.

$\Rightarrow$ $n/2$ - viele Behälter braucht der Algorithmus.

Im Verhältnis von Algo zu opt ergibt sich im worst-case: $\frac{n/2}{n/4+1}$ für $n \to \infty$ < 2

a) (in b) enthalten !3 5/5 Pkt.)

In Aufgabenteil b) ist bereits ersichtlich geworden, dass der Algorithmus 2-approximativ ist. ← nein! ≤ 2 vs $\leq 2 \cdot$ Optimal

9.2 h(x) ist NICHT berechenbar, da:
3/3 Angenommen, es gäbe eine solche TM M, die h(x) berechnet, dann müsste M für jede Eingabe $x \in \{1\}^*$ halten.

Theoretisch kann es also passieren, dass für unbegrenzt große Eingaben x M niemals hält, da

nicht auszuschließen ist, dass eine |x|-lange 7er Folge irgendwo in den unendlich vielen Nachkommastellen von π zu finden ist.
Somit ist nicht garantiert, dass M für jede Eingabe $x \in \{1\}^*$ hält.
$\Rightarrow$ h(x) ist nicht berechenbar. ✓

9.3 Sollte L berechenbar sein, müsste es eine Turingmaschine M_L geben, die überprüft, ob L(M) endlich ist.
3/3
Sie müsste also unendlich viele Eingabeworte für M testen und überprüfen, ob neue Worte von M akzeptiert werden.
Da dieser Vorgang nie beendet werden kann, ist nie garantiert, ob L(M) nun wirklich endlich ist, also ob die Turingmaschine M_L tatsächlich hält, woraus folgt, dass L nicht entscheidbar ist. ✓

9.4 a) Die Aufgabenstellung beschreibt das CLIQUE-Problem, das laut Script in PSPACE liegt. Für Probleme aus PSPACE gibt es laut Script immer eine berechenbare Funktion, deshalb stimmt die Aussage a). ✓
8/8
b) Wir betrachten die „überall undefinierte Funktion", die durch die nicht-haltende Turingmaschine berechenbar ist. Dies ist ein Gegenbeispiel zur Aussage, woraus die Inkorrektheit folgt. Aussage ist falsch. ✓

c) Wie oben gezeigt, ist CLIQUE entscheidbar, wobei die Sprache CLIQUE nicht in poly-Zeit lösbar ist. Aussage ist falsch. ✓

d) Ein Problem in NP hat immer einen Algorithmus, der die geratene Lösung in poly-Zeit verifiziert. Ein unentscheidbares Problem würde dies nicht zulassen. $\Rightarrow$ Aussage ist falsch. ✓

e) CLIQUE ist NP-hart und lässt sich entscheiden $\Rightarrow$ Aussage ist falsch.