1/2 10.4 Eine Sprache $L \subseteq \{0,1\}^*$ ist rek. aufz. $\Leftrightarrow \overline{L}$ ist entscheidbar

$\Leftrightarrow L$ ist entscheidbar

$\Rightarrow$ H (das Halteproblem) ist rek. aufz. $\Leftrightarrow$ H ist entscheidbar

laut Script ist H rek. aufz. aber nicht entscheidbar ↯

Aussage ist falsch. ✓

8/8 10.3 a) $L_{non\text{-}blank}$ ist entscheidbar gdw. $L_{non\text{-}blank}$ und $\overline{L_{non\text{-}blank}}$ sind rek. aufz.

$L_{non\text{-}blank}$ ist rek. aufz. mit folgender TM N:

N akzeptiere gdw: M schreibt non-blank auf das Band

Es gelte $\langle M \rangle \in L_{non\text{-}blank} \Leftrightarrow$ M schreibt non-blank

$\Leftrightarrow$ N akzeptiert $\langle M \rangle$

Siehe Satz 12.3 $\Rightarrow L_{non\text{-}blank}$ ist rek. aufz.

Analog dazu ist auch $\overline{L_{non\text{-}blank}}$ rek. aufz.

Wir nehmen wieder eine TM N zur Hilfe um zu zeigen, dass $\overline{L_{non\text{-}blank}}$ rek. aufz. ist:

N akzeptiere gdw: M schreibt blank auf das Band

Es gelte $\langle M \rangle \in \overline{L_{non\text{-}blank}} \Leftrightarrow$ M schreibt blank

$\Leftrightarrow$ N akzeptiert $\langle M \rangle$

Korrekt, aber Problem Endlosschleife.

$\Rightarrow \overline{L_{non\text{-}blank}}$ ist rek. aufz.

$\Rightarrow L_{non\text{-}blank}$ ist entscheidbar, siehe Satz 12.5

b) Es wird die Reduktion $L_{\#} \leq L_{non\text{-}blank}$ vorgeführt.

Allerdings sollte laut Aufgabenstellung $L_{non\text{-}blank} \leq L_{\#}$ gezeigt werden, um $L_{\#}$ auch als „unentscheidbar" zu zeigen.

Die Reduktion wurde also falsch herum vollzogen.

✓

10.1 a) $U_\varepsilon := \{ \langle M \rangle \mid M$ akzeptiert $\varepsilon \}$

8/8

$H_\varepsilon := \{ \langle M \rangle \mid M$ hält auf $\varepsilon \}$ ← Unentscheidbar laut Satz 11.9

Zu zeigen $H_\varepsilon \leq U_\varepsilon$ per Reduktion

$\langle M \rangle \in H_\varepsilon \Leftrightarrow M$ hält auf ε

$\Leftrightarrow T(\langle M \rangle)$ akzeptiert ε

$\Leftrightarrow \langle M \rangle \in U_\varepsilon$ $\Rightarrow U_\varepsilon$ ist unentscheidbar

mit $T(w) =$ Falls w von der Form $\langle M \rangle$

~~akzept~~ simuliere M mit

Eingabe ε und akzeptiere, sobald

M hält

Falls w nicht von der Form $\langle M \rangle$

verwerfe. ✓

b) $L := \{ \langle M \rangle w \mid M$ ist det. TM und M durchläuft Zustand 1 für Eingabe $w \}$

$U := \{ \langle M \rangle w \mid M$ akzeptiert Eingabe $w \}$ ← unentscheidbar

Zu zeigen: $U \leq L$ per Reduktion

$\langle M \rangle w \in U \Leftrightarrow M$ akzeptiert w

$\Leftrightarrow T(\langle M \rangle)$ durchläuft Zustand 1 für Eingabe w

$\Leftrightarrow T(\langle M \rangle)$ akzeptiert w

$\Leftrightarrow \langle M \rangle w \in L$

mit folgender tranformierenden TM $T(w)$:

falls w von der Form $\langle M \rangle w$:

Übernehme alle Zustände von M für T, mit dem Unterschied, dass Zustand 1 eine Art Sackgasse darstellt: er ist der einzig akzeptierende und hat nur einen Übergang: in sich selbst für beliebige Eingabe.

falls w nicht von der Form $\langle M \rangle w$:

verwerfe ✓ Schön!