

$$9. 1) I \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & 0 & | & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & | & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & -2 & 0 & | & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & | & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad | III - II \quad | III' + 2I$$

~~IIII~~

$$I \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & 0 & | & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & | & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & | & 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & | & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad | I + III'' \\ | II + III'' \\ | \cdot (-1) \\ | :2$$

$$I' \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 & | & 3 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & | & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & | & -2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \quad | I : (-2) \\ | :2$$

$$I'' \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & | & -3/2 & 1/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & | & 1 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & | & -2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = B = \begin{pmatrix} -3/2 & 1/2 & -1/2 & 0 \\ 1 & 0 & 1/2 & 0 \\ -2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \quad \checkmark \quad 3/3$$



9.2) 1:  $n!$  ✓  
 2:  $\frac{n^2 - n}{2} = n + n$  ✓

~~ANX20~~  $5! = 120$

$\frac{5^2 - 5}{2} \cdot 5 + 5 = 55 < 120$

~~AN~~  $4! = 24$

$\frac{4^2 - 4}{2} \cdot 4 + 4 = 28 > 24$  (✓)

2/3

Ab 5 benötigt das Gauß-Verfahren weniger Multiplikationen als das Erweitern nach Spalten (✓)

9.3) 1:  $31! \approx 8,22 \cdot 10^{33}$  Multiplikationen

2:  $\frac{31^2 - 31}{2} \cdot 31 + 31 = 14446$  Multiplikationen

Leistung Tianhe-2 (laut Wikipedia):

$33,86 \text{ Petaflops} = 33,86 \cdot 10^{15} \text{ Operationen/s}$

1:  $\frac{31!}{33,86 \cdot 10^{15}} \approx 2,4285 \cdot 10^{17}$  ↓

$\frac{2,4285 \cdot 10^{17}}{60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365} = 22983 \text{ Jahre}$   
 älter als das Universum ↓

2:  $\frac{14446}{60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365} \approx 4,56 \cdot 10^{-4} \text{ Jahre}$ : weniger

als das Universum alt ist! ~~weniger als eine Sekunde~~ ↓

1/2



9.4)  $A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 5 & 7 & 9 \\ 0 & 1 & 4 & 5 & 7 \\ 0 & 1 & 4 & 6 & 13 \end{pmatrix}$

$$\begin{array}{l} \text{II} \\ \text{III} \\ \text{IV} \\ \text{V} \end{array} \left( \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 5 & 7 & 9 \\ 0 & 1 & 4 & 5 & 7 \\ 0 & 1 & 4 & 6 & 13 \end{array} \right) \begin{array}{l} | \text{III} - 2\text{II} \\ | \text{IV} - \text{II} \\ | \text{V} - \text{II} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{I} \\ \text{II} \\ \text{III}' \\ \text{IV}' \\ \text{V}' \end{array} \left( \begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 9 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \\ | \text{IV}' - 2\text{III}' \\ | \text{V}' - 2\text{III}' \end{array}$$

$$\left( \begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 7 \end{array} \right) \begin{array}{l} \text{Zeilentausch, Vorz. Wechsel} \\ \text{der Det.} \end{array}$$

$\det(A) = -1 \cdot 1^5 = -1$  ✓ 5/5

9.5a)  $(A - \lambda \cdot I) \cdot \vec{v} = 0$   
 $A - \lambda \cdot I = \begin{pmatrix} 5-\lambda & 2 \\ 2 & 5-\lambda \end{pmatrix}$

$\det(A - \lambda \cdot I) = (5-\lambda)^2 - 4$   
 $= 21 - 10\lambda + \lambda^2$  | p.q.

$\lambda_1 = 3 \quad \lambda_2 = 7 \quad U = \{3, 7\}$  ✓

$$9.5/b) (A - \lambda_i \cdot I) = 0$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} - \lambda_i \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} 5 - \lambda_i & 2 \\ 2 & 5 - \lambda_i \end{pmatrix} = 0$$

für  $\lambda_i = 3$

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{array}{l} \text{I} \\ \text{II} \end{array} \left( \begin{array}{cc|c} -2 & 2 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \end{array} \right) \quad | \text{II} + \text{I}$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} -2x_1 + 2x_2 = 0 \\ x_1 = x_2 \end{array}$$

für  $\lambda_1 = 1 : \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \vec{v}$  ✓

$$9.5c) \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Probe:  $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \checkmark$$

3/3

9.7) ~~Abg~~ Google. Diese kommen zur Verwendung in der "Google-Matrix". ✓ +1/+1