9.1) z.z.: $\underline{ggT} \mid c \Leftrightarrow c = n \cdot \underline{ggT}$ mit $n \in \mathbb{Z}$

ggT von was? −0,5P

"⇒": $\exists s,t: sa+tb = \underline{ggT} \quad | \cdot n$

$\Rightarrow \exists \tilde{s},\tilde{t} \in \mathbb{Z}: \tilde{s}a+\tilde{t}b = n \cdot \underline{ggT} = c \in \mathbb{Z}$

mit $\tilde{s} = s \cdot n$

mit $\tilde{t} = t \cdot n$

Das ist nicht das gleiche wie $s \cdot a + t \cdot b = c \Leftrightarrow ggT(a,b) \mid c$ −1P

"⇐"

wenn $s \cdot a + t \cdot b = c$ lösbar, dann gilt

auch: $ggT \mid c$ mit $c \in \mathbb{Z}$ ← Begründung? −0,5P

BWE $\tilde{s}a + \tilde{t}b = c \quad | : n$

$\Rightarrow sa + tb = ggT$

$\Rightarrow ggT \mid c \quad \square$

2/4

9.2) a) euklidischer Algorithmus:

i	m_i	r_i	s_i	t_i
0	/	726	1	0
1	4	165	0	1
2	2	66	1	-4
3	2	33	-2	9
4	/	0	5	72

somit: ggT(726, 165) = 33

b) s,t sind in der i-1 Zeile.

$s = -2 \quad t = 9$

Es gilt: $-2 \cdot 726 + 9 \cdot 165 = 1$ ✓ 3/3

9.3)

0/8

9.4)

Modul	Prod. der Restlichen	Bézout = 1	Basis-Lösung
$m_1=5$	$M_1 = 6\cdot 7 = 42$	$-25\cdot 5+3\cdot 42$	$126 = e_1$
$m_2=6$	$M_2=5\cdot 7 = 35$	$-6\cdot 29+5\cdot 35$	$175 = e_2$
$m_3=7$	$M_3=5\cdot 6=30$	$9\cdot 7-3\cdot 30$	$-90 = e_3$

$\overline{x} = 1\cdot e_1 + 4\cdot e_2 + 6\cdot e_3 = 286$

somit: $x = 286 - (5\cdot 6\cdot 7) = 76$

$\mathbb{L} := \{ 76 + k\cdot 210 : k \in \mathbb{Z}\}$

Die kleinste positive Lösung ist 76. 6/6

9.5) Zu zeigen:

Mindestens eine der Zahlen $l,m,n \in \mathbb{N}\setminus\{0,1,2,3,4\}$: $l>4$, $m = l+2$, $n = m+2\}$ ist keine Primzahl.

Idee: Untersuchen jede Zahl auf den Rest beim Teilen durch 3.

Fall 1: l hat beim Teilen durch 3 einen Rest von 0. D.h., l ist keine Primzahl

Fall 2: l hat beim Teilen durch 3 einen Rest von 1. Folglich hat m einen Rest von $1+2 \bmod 3 = 0$ beim Teilen durch 3. D.h. m ist keine Primzahl

Fall 3: l hat beim Teilen durch 3 einen Rest von 2. Folglich hat m einen Rest von $2+2 \bmod 3 = 1$ beim Teilen durch 3. Folglich hat n beim Teilen durch 3 einen Rest von $1+2 \bmod 3 = 0$. D.h. n ist keine Primzahl

2/2

13/21